
Allée de von Karman derrière un cylindre-Image équipe ITD-IMFS

LICENCE LPAI L3S5 2009-2010
Mécanique des Fluides

TD Pertes de charges + Corrigé

Dany Huilier – 15 octobre 2009

Perte de charges régulières (linéaires) dans les conduites

Rappels théoriques
Equation de Darcy-Weisbach (1854,1845)

Loi générale de la perte de charge Δh , Δp est $\Delta h = \lambda.\frac{LU^2}{D.2g}$, $\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda.\frac{\rho L U^2}{2.D}$

avec :
λ : coefficient de perte de charge
U : vitesse moyenne de débit (=Q/S)
Q : débit volumique
S : section de la conduite
D : diamètre de la conduite
L : longueur du tronçon de la conduite
λ est fonction du nombre de Reynolds
- pour Re < 2400, régime de Poiseuille : $\lambda = 64.Re^{-1}$
- pour Re > 2400, régime de Blasius : $\lambda = 0.3164.Re^{-1/4}$

Nombre de Reynolds Re = U.D/ν avec ν : viscosité cinématique du fluide

Exercice 1

On pompe une huile de densité 0,860 par un tube horizontal de diamètre D = 5 cm, de longueur L = 300 m avec un débit Q = 1,20 l/s. L'écoulement est supposé laminaire. La perte de charge pour ce tronçon est de 21 m C.E. (colonne d'eau). Quels sont les viscosités dynamique et cinématique de l'huile utilisée ? Quel est le nombre de Reynolds de l'écoulement ?

Solution :

Perte de charge linéaire : $\Delta h = \lambda.\frac{LU^2}{D.2g}$ ou encore $\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda.\frac{L\rho U^2}{2D}$

Ici $U = 4Q/\pi D^2 = 4x1{,}2x10^{-3}/\pi(0.05)^2 = 0{,}611$ m/s

On en déduit $\lambda = \rho_{eau}\Delta h.D.2g/(\rho_{huile}LU^2) = 21x0{,}05x2x9{,}81/(0{,}86x300x0{,}611^2) = 0{,}214$

Si on suppose que l'écoulement est laminaire (à vérifier par le calcul du nombre de Reynolds ensuite), il vient que par la relation de Poiseuille : $\lambda = 64.Re^{-1}$

- pour la viscosité cinématique :

$\nu = \lambda UD/64 = 0{,}214x0{,}611\ x0.05x\ /64 = 1{,}02\ 10^{-4}\ m^2s^{-1}$

$\mu = \nu\rho = 1{,}02\ 10^{-4}$ x 860 = 0,0877 Poiseuille = 0,0877 Pa.s

Mais Re = 64/λ = 299 << 2400, on est bien en laminaire

Exercice 2

Une huile de densité 0,850 et de viscosité dynamique 0,10104 Pa.s circule dans un tuyau de fonte lisse de longueur L = 3000 m, de diamètre D = 30 cm, avec un débit Q = 44 l/s. Quelle est la perte de charge dans ce tuyau ?

Solution :
La vitesse moyenne est donnée par $U = 4Q/\pi D^2 = 4 \times 44\ 10^{-3}/(\pi \times 0{,}3^2) = 0{,}622$ m/s
Le nombre de Reynolds $Re = \rho UD/\mu = 850 \times 0{,}622 \times 0{,}3 / 0{,}10104 = 1570$
Le coefficient de perte de charge $\lambda = 64.Re^{-1} = 64/1570 = 0{,}04076$

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda.\frac{L\rho U^2}{2D} = 0{,}04076 \times 3000 \times 850 \times (0{,}622)^2/(2 \times 0{,}3) = 67027 \text{ Pa} = 6{,}8 \text{ m CE}$$

Commentez par rapport à l'exercice précédent.

Exercice 3

Du fioul lourd circule de A à B par un tuyau d'acier de diamètre D = 15 cm et de longueur L = 900 m. Sa densité est 0,915 et sa viscosité cinématique est de $4{,}13\ 10^{-4}\ m^2s^{-1}$. La pression en A est 110 mCE, celle en B de 3,5 mCE. Quelle est le débit en l/s ?

Solution :
On suppose que le régime est laminaire

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda.\frac{L\rho U^2}{2D} \text{ avec } \lambda = 64.Re^{-1}$$

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \frac{64\nu}{UD}.\frac{L\rho U^2}{2D} = \frac{64\nu L\rho U}{2D^2}$$

$$\text{soit } U = \frac{\rho_{eau} g \Delta h D^2}{32\nu\rho_{fioul} L} = 9{,}81 \times 106{,}5 \times (0{,}15)^2 / (32 \times 4{,}13\ 10^{-4} \times 0{,}915 \times 900) = 2{,}16 \text{ m/s}$$

On vérifie de suite l'ordre de grandeur du nombre de Reynolds : $Re = 784 < 2400$

On en déduit le débit volumique : $Q = U \times \pi R^2 = 38{,}2\ 10^{-3}\ m^3/s = 38{,}2$ l/s

Exercice 4

On veut transporter du fioul lourd à 15°C. Sa densité est 0,912 et sa viscosité cinématique est de $2{,}05\ 10^{-4}\ m^2s^{-1}$. Quel est le diamètre du tuyau à installer pour un débit de 22 l/s si la perte de charge disponible pour transporter ce fioul sur une longueur de 1000 m est de 22 mCE ?

Solution :
On suppose que le régime est laminaire

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda.\frac{L\rho U^2}{2D} \text{ avec } \lambda = 64.Re^{-1}$$

Et $4Q = U \times \pi D^2$ soit $U = 4Q/\pi D^2$

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \frac{64\nu}{UD}.\frac{L\rho U^2}{2D} = \frac{64\nu L\rho U}{2D^2} = \frac{32\nu L\rho 4Q}{\pi D^4}$$

Soit $D^4 = \dfrac{128\nu L\rho_{fioul}Q}{\pi\rho_{eau}g\Delta h}$ = 128 x 2,05 10^{-4} x 1000 x 0,912 x 22 10^{-3} / (π x 9,81 x 22) = 0,353 10^{-4} m^4

Soit D = 0,077 m = 7,7 cm

La vitesse est de U = $4Q/\pi D^2$ = 4,72 m/s et le nombre de Reynolds est de Re = 1774 < 2400

Exercice 5

Une huile de pétrole de viscosité μ = 2 poises, de masse volumique 900 kg/m^3, s'écoule à un débit de Q = 35 l/s dans une conduite horizontale de diamètre D = 15 cm. (1 Pa.s = 1 Poiseuille = 10 poises, 1 poise = 1 g/cm.s)

Calculez dans ces conditions :

a) le nombre de Reynolds
b) la perte de charge en mètres d'eau par kilomètre de conduite
c) la puissance dépensée pour assurer la circulation de l'huile sur une longueur de 1 km
d) l'énergie dépensée pour transporter 1 tonne d'huile sur 1 km

Solution

On calcule d'abord la vitesse de débit U = $4Q/\pi D^2$ = 4 x 35 $10^{-3}/(\pi \times 0.15^2)$ = 1,98 m/s

Le nombre de Reynolds est Re = UDρ/μ = 1,98 x 0.15 x 900/0,2 = 1336 (régime laminaire),

On a : $\lambda = 64.Re^{-1}$

La perte de charge (en termes de pression) est $\Delta p = \rho g\Delta h = \lambda.\dfrac{L\rho U^2}{2D}$, ce qui donne en mètres d'eau :

$$\Delta h_{eau} = \Delta p / \rho_{eau} g = \lambda.\frac{L\rho_{huile}U^2}{2Dg\rho_{eau}} = \frac{64.L\rho_{huile}U^2}{\mathrm{Re}.2Dg\rho_{eau}} = \frac{32.1000.1.98^2.900}{1336x0.15x9.81.1000} = 57.43mCE$$

La puissance dissipée est donnée par la perte de charge exercée sur la section de la conduite x vitesse de débit soit :

$$P = \Delta p.\pi D^2.U/4 = 57.43x1000x9.81x\pi x0.15^2x1.98/4 = 19713Watts = 19,713kW$$

On sait que le débit volumique est de 35 l/s, soit un débit massique Qm = ρQ = 31,5 kg/s.Une tonne est transportée en 1000 kg /Qm = 31,746 s = T

L'énergie fournie pour transporter 1 tonne sur 1 km est donc E = PT = 626 kJoule

Exercice 6

Une huile de pétrole de viscosité μ = 4,5 poises, de masse volumique 900 kg/m^3, s'écoule dans une conduite cylindrique horizontale diamètre D = 200 mm. La vitesse sur l'axe est de 4,5 m/s et on supposera l'écoulement laminaire. (1 Pa.s = 1 Poiseuille = 10 poises, 1 poise = 1 g/cm.s)

Calculez dans ces conditions :

a) la vitesse moyenne de l'écoulement et le débit volumique et massique
b) le nombre de Reynolds
c) la perte de charge par mètre, en hauteur d'huile et d'eau
d) la puissance absorbée par propulsion de cette huile sur 80 m de longueur de conduite

Solution

Si l'écoulement est laminaire, on sait que la vitesse de débit volumique est égale à la moitié de la vitesse maximale sur l'axe (profil parabolique)

Vitesse de débit : U = Umax/2= 4,5/2= 2,25 m/s

Débit volumique : Q = U. $\pi D^2/4$ = 2,25 x π x $0.2^2/4$ = 0.0706 m^3/s = 70,6 l/s
Débit massique : Qm = ρQ = = 900 x 0.0706 = 63 kg/s

La perte de charge sur une longueur L est $\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda.\dfrac{L\rho U^2}{2D}$,

Soit par mètre : $\Delta p / L = \rho g \Delta h / L = \lambda.\dfrac{\rho U^2}{2D}$

On calcule d'abord le nombre de Reynolds
Re = UDρ/μ = 2,25 x 0.2 x 900/0,45 = 900 (régime laminaire)
Aussi $\lambda = 64.Re^{-1}$
Perte de charge en hauteur d'huile :

$$\Delta h_{huile} = .\frac{64\rho_{huile}U^2}{\mathrm{Re}.2.D.g.\rho_{huile}} = \frac{32U^2}{\mathrm{Re}.D.g} = \frac{32x2,25^2}{900x0.2x9;81} = 0,0917m$$

Perte de charge en hauteur d'eau :

$$\Delta h_{eau} = .\frac{64\rho_{huile}U^2}{\mathrm{Re}.2.D.g.\rho_{eau}} = \frac{32U^2x0.9}{\mathrm{Re}.D.g} = \frac{32x2,25^2x0.9}{900x0.2x9;81} = 0,08257mCE$$

La puissance absorbée sur 80 mètres est calculée à partir de la pression Δp perdue sur 80 mètres fois la section de la conduite fois la vitesse de débit :

P = Δp.U.$\pi D^2/4$

La perte de charge sur une longueur L = 80 m, $\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda.\dfrac{L\rho U^2}{2D}$

En fait P = Δp.U.πD^2 /4 = Δh_{eau}.U.πD^2 ρ_{eau}.g /4

= 0,08257 x 2,25 x π x 0.2^2 x 1000 x 9,81 /4 x 80 = 4.58 kWatts

Exercice 7

Soit un tube cylindrique de 3 km de long, de 10 cm de diamètre, parcouru par un liquide de coefficient de viscosité dynamique μ = 0,4 poises. On suppose que la distribution de vitesse dans la section droite du tube est donnée par l'équation $U(y) = 10y - y^2$ en unités CGS, U(y) étant la vitesse à la distance y à la paroi. (1 Pa.s = 1 Poiseuille = 10 poises, 1 poise = 1 g/cm.s)
Calculez :

a) la force de frottement visqueux par unité de surface à la paroi
b) la force de frottement visqueux par unité de surface à 2 cm de la paroi
c) la force totale de frottement s'exerçant sur le tube

Solution

Taux de cisaillement à la paroi : $\left.\dfrac{\partial U}{\partial y}\right|_{y=0} = 10$ en unités CGS, ici l'unité est s^{-1}, identique à l'unité SI.

La force de frottement par unité de surface est alors $\tau_w = \mu \left.\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{y=0} = 0{,}04x10 = 0{,}4Pa$

Taux de cisaillement à 2 cm de la paroi : $\left.\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{y=2} = 10 - 2y = 6s^{-1}$ en unités CGS, ici l'unité est s^{-1}, identique à l'unité SI.

La force de frottement par unité de surface est alors $\mu \left.\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{y=2} = 0{,}04x6 = 0{,}24Pa$

La contrainte de cisaillement pariétale τ_w s'exerce sur la surface interne du tube S = 2πR.L
Force de frottement total sur le tube : F = S = τ_w 2πR.L = 0,4 x 2π x 0,05 x 3000 = 377 Newtons

Exercice 8

a) Déterminer la vitesse critique pour une huile à 15°C circulant dans un tube de 15 cm de diamètre sachant que la viscosité cinématique de l'huile est de 4,42 10^{-6} m^2/s
b) Déterminer la vitesse critique pour de l'eau circulant dans le même tuyau, à la même température sachant que la viscosité cinématique de l'eau est de 1,13 10^{-6} m^2/s

Solution

a) U = (Rec x ν)/D = 2400. 4,42 10^{-6}/0.15 = 0,07072 m
b) U = (Rec x ν)/D = 2400. 1,13 10^{-6} /0.15 = 0,01808 m

Exercice 9

a) Déterminer le type d'écoulement ayant lieu dans une conduite de 30 cm de diamètre quand, à 15°C, circule de l'eau à la vitesse de 1 m/s (ν = 1,13 10^{-6} m^2/s).
b) Déterminer le type d'écoulement ayant lieu dans une conduite de 30 cm de diamètre quand, à 15°C, circule du fuel-huile lourde avec la même vitesse (ν = 2,06 10^{-4} m^2/s).

Solution

a) Re = 265 490 >> 2400 régime largement turbulent
b) Re = 16 181 >> 2400 régime turbulent aussi

Exercice 10

Pour que les conditions soient celles d'un écoulement laminaire, quelle doit être la taille de la conduite, si elle doit transporter du fuel-oil moyen à 4,5°C à un débit de 350 l/mn, sachant que la viscosité cinématique ν = 7 10^{-6} m^2/s.

Solution

Q = 350 l/mn = 350/60 l/s = U.πR^2
Re < 2400 ↔ U.2R/ν < 2400 ↔ Q.2R/(ν πR^2) <2400 ↔ Q.2/(ν πR) < 2400 ↔
↔ Q./(ν πR) < 1200 ↔ Q/(1200ν π) < R

Soit R > 0,22 m soit D > 440 mm

Exercice 12

Dans le système représenté dans la figure ci-dessous, la pompe BC doit amener avec un débit de 160l/s de l'huile de densité 0,762 du réservoir A au réservoir D. La viscosité cinématique de cette huile est égale à 54,8 10^{-6} m^2/s.

a) Déterminer le nombre de Reynolds de l'écoulement et le coefficient de perte de charge linéaire de la conduite
b) Calculer la perte de charge linéaire Δp du tronçon de conduite AB. En déduire la valeur de Δh en hauteur d'huile.
c) Calculer la perte de charge linéaire Δp du tronçon de conduite CD. En déduire la valeur de Δh en hauteur d'huile.
d) En considérant les pertes de charge singulières comme négligeables devant les pertes de charge linéaires,calculer la hauteur manométrique (hauteur d'huile) que doit avoir la pompe pour faire fonctionner cette installation.
e) Calculer la puissance fournie par la pompe au système.
f) Tracer la ligne de charge du système.

Solution :
La vitesse moyenne est donnée par $U = 4Q/\pi D^2 = 4 \times 160\ 10^{-3}/(\pi \times 0{,}3^2) = 2{,}26$ m/s
Le nombre de Reynolds $Re = \rho UD/\mu = 2{,}26 \times 0{,}3 / 54{,}8\ 10^{-6} = 12\ 372$ (régime turbulent)
Le coefficient de perte de charge en régime turbulent de Blasius : $\lambda = 0.3164.Re^{-1/4}$

$\lambda = 0.3164.Re^{-1/4} = 0.3164\ (13\ 372)^{-1/4} = 0.03$

Par unité de longueur, la perte de charge linéaire est de :

$\Delta p = \rho g \Delta h = \lambda.\dfrac{\rho U^2}{2D}$ = 0,03 x 762 x $(2{,}26)^2/(2 \times 0{,}3)$ = 194,6 Pa = 0,2603 m CHuile

Sur le tronçon AB : Δh = 2,49 m CHuile
Sur le tronçon CD : Δh = 6,48 m CHuile
La perte de charge linéaire totale est de 8, 97 m Chuile

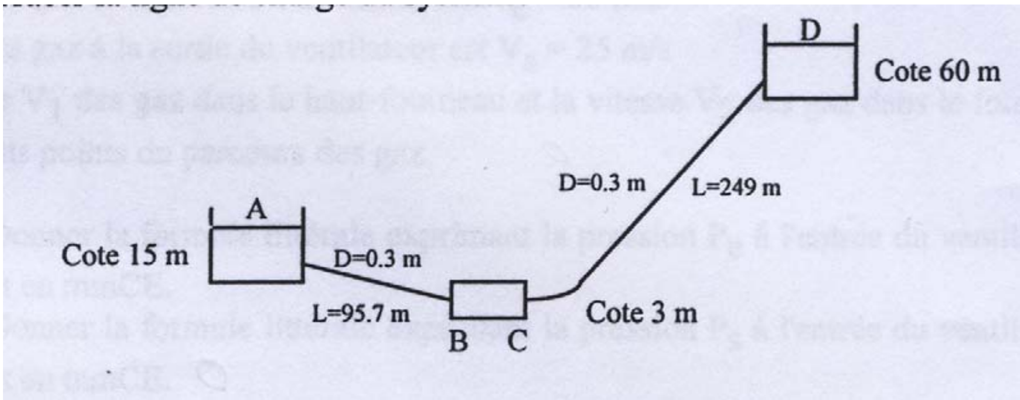
Comme la pompe doit amener l'huile de 15 m de haut à 60 m de haut (soit 45 m), la hauteur manométrique de la pompe doit être de :
H = 8,97 + 45 ~ 53,97 m CHuile

Puissance de la pompe :

$P = \rho gH.(\pi R^2).U = 762 \times 9.81 \times 55 \times (\pi \times 0.3^2 /4) \times 2.26 = 65\ 679$ W = 65,7 kW

Ligne de charge (p/ρg + h) :

On passe de la côte 15 m en A à 15 m – 2,49 m = 12,51 m en B
Puis un gain de 53,97 m due à la pompe en C = 66,48 m
Enfin en D on est à 66,48 – 6,48 m = 60 m



Calculateurs en ligne de pertes de charge linéaires
http://www.efluids.com/efluids/pages/calculators.htm

http://www.fluidmech.net/jscalc/vmd03.htm
http://personalpages.manchester.ac.uk/staff/david.d.apsley/hydraulics/pipeflow.htm
http://www.lmnoeng.com/darcy.htm
http://www.engineeringtoolbox.com/darcy-weisbach-equation-d_646.html